

Решавање потпуне квадратне једначине

Једначина облика:

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ где је } a \neq 0$$

назива се квадратна једначина, при чему је:

a - коефицијент квадратног члана

b - коефицијент линеарног члана

c - слободан коефицијент

Решења потпуне квадратне једначине добија се формулом:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Пример 1. Наћи решења квадратне једначине:

$$x^2 - 3x - 28 = 0$$

решење:

$$\underbrace{1}_{a}x^2 - \underbrace{3}_{b}x - \underbrace{28}_{c} = 0$$

коефицијенти потпуне једначине су:

$$a = 1, b = -3, c = -28$$

Када испред квадратног и линеарног члана (x) нема бројева подразумева се 1. Због тога $a = 1$

$$x^2 = 1 \cdot x^2$$

$$x = 1 \cdot x$$

Решење квадратне једначине је добијено формулом

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Сада заменимо коефицијенте:

$$x_{1,2} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-28)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 112}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{3 \pm 11}{2}$$

7.

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{3 \pm 11}{2}$$

$$x_1 = \frac{3+11}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$x_2 = \frac{3-11}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

Решења даје квадратне једначине су: $x_1 = 7 \wedge x_2 = -4$.
Она су реална и различита.

Пример 2. Решу квадратну једначину

$$9x^2 - 12x + 4 = 0$$

решење:

$$\underbrace{9}_{a}x^2 - \underbrace{12}_{b}x + \underbrace{4}_{c} = 0$$

$$a = 9, b = -12, c = 4$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 4}}{2 \cdot 9} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{18}$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{18} = \frac{12}{18} \stackrel{6}{:} = \frac{2}{3}$$

$$x_{1,2} = \frac{2}{3}$$

Решења даје квадратне једначине су реална и
једнака $x_1 = x_2 = \frac{2}{3}$.

Пример 3. Реши квадратну једначину

$$25x^2 - 20x + 7 = 0$$

решење:

$$\underbrace{25x^2}_a - \underbrace{20x}_b + \underbrace{7}_c = 0$$

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 25 \cdot 7}}{2 \cdot 25} = \\ &= \frac{20 \pm \sqrt{400 - 700}}{50} = \frac{20 \pm \sqrt{-300}}{50} = \frac{20 \pm \sqrt{(-1) \cdot 3 \cdot 100}}{50} \\ &= \frac{20 \pm \sqrt{-1} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{100}}{50} = \frac{20 \pm 10\sqrt{3}i}{50} = \frac{10(2 \pm \sqrt{3}i)}{50} \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{3}i}{5}$$

Решења даје једначине су конјуговано комплексна и сласе:

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{3}i}{5} \quad \wedge \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{3}i}{5}$$